内禀 Deborah 数在破坏现象中的意义

白以龙 汪海英
(非线性力学国家重点实验室 LNM, 中国科学院力学研究所, 北京 100080)

要干, 就要干别人没有干过的. 要干, 就要干得比别人更好. 否则, 就别干.

—— 郑哲敏

1 引 言

1.1 任务背景

20 世纪 70 年代 ~ 80 年代, 我们接受的科研项目中, 有一项是关于固体材料的层裂破坏的.

两块固体材料相互碰撞, 或者在强辐射源的照射下, 在材料中就形成了 (压缩) 应力波, 这些应力波在表面或界面上反射, 变为拉伸波. 材料在这些拉伸应力波的作用下, 就会形成损伤与失效, 这种特殊的破坏现象被称为层裂或崩落. 它是与由一条宏观裂纹失稳控制的静态断裂极为不同的失效现象. 其宏观表现是: 产生层裂的应力阈值大大高于材料的静态强度; 该应力阈值又不是一个常数, 而是随载荷作用时间的缩短而增高的变量. 人们发现, 产生层裂的条件, 并不能简单归结为宏观的能量准则或冲量准则. 因此, 国际学术界在上世纪后半叶, 提出了各种各样的理论来描述这个现象, 例如应力率理论; 应力梯度理论; 积分理论, 累计损伤理论 [1]; 等等. 但是, 对层裂现象的机理一直没有找到确切和合理的物理解释, 因此, 也就一直缺乏准确和简明的理论描述.

细观观察表明, 拉伸应力波在层裂现象中, 不是造成一条宏观裂纹失稳, 而是在材料中形成大量的微空洞或垂直于应力波传播方向的平行微裂纹, 这些微空洞或微裂纹成核, 扩展, 连接, 以至最终导致宏观失效. 在关于这类问题的文献中, 这些在细观层次而不是在微观层次上的损伤, 被称作了微裂纹、微空洞和微损伤, 本研究也按照这个惯例, 依然称之为微损伤. 因此, 应力波引起的层裂现象, 是一个典型的微损伤累积演化, 导致宏观失效的多尺度问题. 许多研究者指出, 对此问题的理论描述必须包括微损伤的细观动力学规律, 并采取宏 - 细观相结合的统计力学方法 [2,3]. 成核 - 扩展模型 (NAG)[4] 是这方面的一项卓有成效的研究工作. 但是该模型没有提炼出主要矛盾, 因而计算复杂, 而且参数太多. 我们希望能真正阐明物理机理, 提炼出主要控制因素. 为此, 我们必须在实验和理论两方面打开自己的阐明机理的研究途径.

1.2 统计细观损伤力学

在实验测量方面, 沈乐天等人创造了短应力脉冲和多应力脉冲实验技术 [5,6]. 短应力脉冲技术使我们得到了脉宽为亚微秒 (约为 100 ns) 的应力脉冲, 从而实现了对微损伤的成核过程的实验测量; 多应力脉冲技术则能在保持同一冲击载荷的条件下, 得到经历了不同受载时间下微损伤的演化状态, 从而实现了对微损伤的演化过程的实验测量. 在此基础上, 凌中和韩闻生等分别反演归纳出了微损伤成核和扩展的细观动理学规律 [7~9].

与此同时，在理论方面，夏蒙棼，柯孚久等人针对一般化了的微损伤成核和扩展的细观动理学规律，给出了微损伤数密度演化的基本方程和基本解 [10~13]. 微损伤数密度 n 的解为

$$n(t,c)=\begin{cases}\displaystyle\int_0^c \frac{n_N(c_0;\sigma)}{V(c,c_0;\sigma)}\mathrm{d}c_0, & c<c_{f,0}\\[2ex] \displaystyle\int_{c_{0f}}^c \frac{n_N(c_0;\sigma)}{V(c,c_0;\sigma)}\mathrm{d}c_0, & c>c_{f,0}\end{cases} \tag{1}$$

其中

$$t=\int_{c_{0f}}^c \frac{\mathrm{d}c}{V(c,c_0;\sigma)} \tag{2}$$

式中的 $n_N(c_0;\sigma)$ 是微损伤的成核率密度，它是成核尺寸 c_0 和应力 σ 的函数；$V=V(c,c_0;\sigma)$ 是微损伤的扩展速率，它是微损伤的即时尺寸 c 和成核尺寸 c_0 以及应力 σ 的函数；$c_{0f}=c_{0f}(t,c)$ 表示在 t 时刻，即时尺寸为 c 的微损伤在时刻 $t=0$ 时的成核尺寸.

在对微损伤的细观动理学实验规律和微损伤数密度演化的理论认识的基础上，我们将其与工程应用中直接关心的连续损伤 D 关联起来 [14,15], 连续损伤 D 和微损伤数密度 n 的关系为

$$D(t)=\int_0^\infty n(t,c)\cdot\tau\cdot\mathrm{d}c \tag{3}$$

式中 τ 是即时尺寸为 c 的单个微损伤的失效体积，例如，对球形微空洞， $\tau\sim\pi c^3/6$.

进一步，我们引入了损伤场的概念，并且基于一般的统计力学原理，给出了基于微损伤细观动理学的连续损伤的场演化方程 [14,15], 其在一维条件下的形式为

$$\frac{\partial D}{\partial T}+D\frac{\rho}{\rho_0}\frac{\partial v}{\partial X}=f \tag{4}$$

方程右侧的一项为

$$f=\int_0^\infty n_N(c;\sigma)\cdot\tau\cdot\mathrm{d}c+\int_0^\infty n\cdot A(c,\sigma)\cdot\tau'\cdot\mathrm{d}c \tag{5}$$

式中 $\tau'=\dfrac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}c}$, f 称为损伤动力学函数，因为微损伤演化的细观动理学机理 - 微损伤成核和扩展 —— 完全被包含在这个损伤动力学函数之中了.

它与连续介质其它的场方程 (如，连续性方程，动量方程和能量方程)、数密度 n 的统计演化方程、以及微损伤成核、扩展的动力学规律联立，就形成了跨尺度的，描述含有微损伤的固体演化的理论框架 [16].

1.3 Deborah 数的定义和来源

那么，描述跨尺度问题的关键是什么？ Barenblatt[17] 于 1992 在 ICTAM 的闭幕大会演说中提出： “在这些现象的数学模型里，力学的宏观方程和微观结构转变的动理学方程，组成统一的方程组，这个方程组应该被联立地求解”. 看来，我们的工作是与这条思路是一致的，是抓到了处理跨尺度耦合作用的一个关键. 基于这种思考， Barenblatt 又建议考虑表征微结构演化的特征时间与宏观外加特征时间关系的无量纲数 —— 德博拉 (Deborah) 数，猜测这可能是损伤 - 破坏这一跨尺度耦合问题中的一个特征.

1964 年， “今日物理” 杂志刊登了一篇 Reiner 短文， “Deborah 数”[18]. 其中讲到，圣经中的女先知德博拉 (Deborah) 在其胜利赞歌中唱道： “山脉在主之前流动着”. 科学家受此启发，

定义了一个无量纲数 ——Deborah 数

$$De = \frac{\tau(\text{松弛时间})}{\tau(\text{观察时间})} \tag{6}$$

即德博拉 (Deborah) 数 = 松弛时间 / 观察时间. 如果你的观察时间足够长，或者被你观察的物质的松弛时间足够短，那末你看到的物质就在流动；反之，你看到的物质就是固体. 为了说明 Deborah 数的意义，文章还讲了一个故事. 故事说，有两个学生向主祈祷. 第一个说："万能的造物主啊，我们过一千年，对你而言就像一分钟，造一千美元就像造一分钱一样." 第二个说："太棒了！下次我向主祈祷，我只要一分钱." 第一个接着说："哪有用吗？主会对你说，请等一分钟吧！" 以此表明，深入理解不同尺度的内涵的极端重要性.

2 内禀 Deborah 数在层裂现象中的作用

在平板撞击产生的层裂破坏中，控制微损伤累积演化的是如下八个主定特征量：宏观尺寸 L 和碰撞速度 v_f 是宏观控制参量；初始密度 ρ_0、弹性波速 a 和屈服应力 σ_Y 是宏观物性参量；微损伤特征尺寸 c^*, 微损伤的特征成核率密度 n_N^* 和微损伤特征扩展速率 V^* 是三个细观参量，见表 1.

表 1 应力波导致的层裂失效问题中的主定参数及其量纲

	主定参数	符号	量纲
宏观参数			
	试件尺寸	l	L
	密度	ρ	M L^{-3}
	弹性波速	a	L T^{-1}
	特征应力	σ_Y	M L^{-1}T^{-2}
	冲击速度	v_f	L T^{-1}
细观参数			
	微裂纹特征成核率密度	n_N^*	L^{-4}T^{-1}
	微裂纹特征扩展速率	V^*	LT^{-1}
	微裂纹特征尺寸	c^*	L

按照量纲分析理论，这八个物理量只可以构成五个独立的主定无量纲量，最直观，而且物理意义也最鲜明的是如下五个独立的无量纲量. 其中三个：马赫 (Mach) 数，损伤数和尺度比，是众所周知的，此处不赘述. 另外两个无量纲组合是涉及微损伤细观动理学的，就我们所知，尚未在文献中定义过. 根据这两个无量纲组合隐含的时间尺度概念，我们分别定义为：内禀德博拉 (Deborah) 数和应力波德博拉 (Deborah) 数 (下面简称德博拉数).

内禀德博拉 (Deborah) 数

$$D^* = \frac{n_N^* c^{*5}}{V^*} \tag{7}$$

应力波德博拉 (Deborah) 数

$$De^* = \frac{ac^*}{LV^*} \quad \text{或} \quad De = \frac{a}{ln_N^* c^{*4}} \tag{8}$$

内禀 Deborah 数 D^* 只依赖于微损伤的细观动力学，仅从定义上，无法知道，它是否会直接影响到宏观损伤演化和失效.

对一种铝合金材料，试样厚度为 $(5 \sim 10)\,\text{mm}$, 在冲击速度为 $v_f \sim 10^2\,\text{ms}^{-1}$, 实验测量

得到其细观损伤动理学的特征物性参数为 $c^* \sim 4.27\cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}$, $V^* \sim 5.96\,\mathrm{ms}^{-1}$ 和 $n_N^* \sim 5.22\cdot 10^4\,\mathrm{mm}^{-3}\mu\mathrm{m}^{-1}\mu\mathrm{s}^{-1}$ [19]. 所以, $De^* \sim 1$, $De \sim 10^2$ 和 $D^* \sim 10^{-2}$.

2.1 内禀 Deborah 数是损伤量的特征表征

利用宏观连续损伤的定义 (3) 和微损伤数密度演化的解 (1), 可以根据微损伤的细观动理学, 直接给出宏观连续损伤的一个的计算公式

$$D(t;\sigma)=\int_0^{\infty}\left\{n_N(c_0;\sigma)\int_{c_0}^{c_f}\frac{\tau(c)}{V(c,c_0;\sigma)}\cdot \mathrm{d}c\right\}\cdot \mathrm{d}c_0 \tag{9}$$

将此式中的所有变量无量纲归一化, 得到连续损伤 D 可以表达为 [19,20]

$$D(t;\sigma)=\frac{n_N^*c^{*5}}{V^*}\int_0^{\infty}\overline{n}_N\int_{\overline{c}_0}^{\overline{c}_f}\frac{\overline{\tau}}{\overline{V}}\cdot \mathrm{d}\overline{c}\cdot \mathrm{d}\overline{c}_0=\frac{n_N^*c^{*5}}{V^*}O(1)=D^*O(1) \tag{10}$$

式中字母上方有 “–” 的各量均为无量纲化, 而且归一化的变量, 例如: $\overline{c}=\dfrac{c}{c^*}$, $\overline{c}_0=\dfrac{c_0}{c^*}$, $\overline{V}=\dfrac{V}{V^*}$, $\overline{\tau}=\dfrac{\tau}{c^{*3}}$, $\overline{n}_N=\dfrac{n_N}{n_N^*}$. 因为归一化, 积分的数量级是 $O(1)$, 而其前面的系数就是内秉 Deborah 数, 所以, 内秉 Deborah 数 D^* 是连续损伤量的特征表征.

2.2 内禀 Deborah 数是细观损伤扩展和成核过程的特征时间的比值

从物理上看, 这个应力波引起的微损伤演化导致宏观失效的跨尺度问题中, 蕴涵了三个速率过程: 宏观应力波过程, 微损伤的成核过程和扩展过程, 它们分别有三个不同的特征时间尺度 [21~23]:

宏观波动特征时间 $$t_i=\frac{L}{a} \tag{11}$$

微损伤成核特征时间 $$t_N=\left(n_N^*c^{*4}\right)^{-1} \tag{12}$$

微损伤扩展特征时间 $$t_V=\frac{c^*}{V^*} \tag{13}$$

三个速率过程的特征时间尺度之比, 反映了三个速率过程的竞争. 有趣的是, 这三个速率过程的特征时间尺度之比, 分别就是前面定义过的应力波德博拉 (Deborah) 数 $De^*=\dfrac{t_V}{t_i}=\dfrac{ac^*}{LV^*}$, 和内禀德博拉 (Deborah) 数 $D^*=\dfrac{t_V}{t_N}=\dfrac{n_N^*c^{*5}}{V^*}$. 前者反映微损伤扩展过程与宏观波动过程的竞争与耦合; 后者反映的却是两个微损伤过程 —— 扩展与成核的竞争与耦合. 当然, 还存在另一个 Deborah 数 $De=\dfrac{t_N}{t_i}=\dfrac{a}{Ln_N^*c^{*4}}$, 它反映的是微损伤的成核过程与宏观波动过程的竞争与耦合. 显然, 只有两个 Deborah 数是独立的, 三个 Deborah 数之间存在如下关系

$$D^*=\frac{De^*}{De} \tag{14}$$

根据对微损伤的细观动理学演化规律的实验和对应力波的动态测量知道, 对于金属铝的层裂破坏而言, 三个特征时间分别在, $t_i \sim 10^{-6}\,\mathrm{s}$, $t_V \sim 10^{-6}\,\mathrm{s}$ 和 $t_N \sim 10^{-4}\,\mathrm{s}$, 所以, $De^* \sim 1$, $De \sim 10^2$ 和 $D^* \sim 10^{-2}$. 以上对三个速率过程的相互竞争与耦合和它们的特征时间尺度的关系, 汇总见表 2.

表 2 应力波导致的层裂失效问题中的三个速率过程和它们的特征时间尺度，及相关的组合无量纲数

特征时间尺度		
宏观外加波动特征时间	微裂纹成核特征时间	微裂纹扩展特征时间
$t_i = \frac{L}{a}$	$t_N = \left(n_N^* c^{*4}\right)^{-1}$	$t_v = \frac{c^*}{V^*}$
Deborah 数代表了三个速率过程的特征时间的相互关系		
细观 / 宏观	$De = \frac{t_N}{t_i} = \frac{a}{Ln_N^* c^{*4}} \approx O(10^2)$	$De^* = \frac{t_V}{t_i} = \frac{ac^*}{LV^*} \approx O(1)$
扩展 / 成核		$D^* = \frac{t_V}{t_N} = \frac{n_N^* c^{*5}}{V^*} \approx O(10^{-2})$

应力波 Deborah 数 $De^* \sim 1$ 表示微损伤扩展的特征时间和波动载荷作用时间相当；而应力波 Deborah 数 $De \sim 10^2$ 表示微损伤成核的特征时间大大长于波动载荷作用时间. 因此，层裂现象的一个特征是，在有限的波动载荷时间里，某个数量的微损伤成核，及其后的充分扩展，导致了层裂破坏. 而 $D^* \sim 10^{-2}$ 表明在金属铝的层裂中，存在一个可能是并不大的特征损伤，那么，这个并不大的特征损伤意味着什么呢？

附带讲一句，从数值计算结果中看出，两个应力波 Deborah 数 De^* 和 De, 所起的作用是相当不同的. Deborah 数 De 反映的微损伤成核是一个在细观空间近似均匀分布的群体的现象；而 Deborah 数 De^* 反映的是微损伤的快速扩展 [23,24].

2.3 内禀 Deborah 数是损伤场局部化的特征表征

根据损伤是一个随时间演化的场变量的概念，可以用以下的准则作为损伤局部化的临界条件 [15]

$$\left[\partial\left(\frac{\partial D}{\partial X}\right)\Big/\partial T\right]\Big/\left(\frac{\partial D}{\partial X}\right) \geq \left(\frac{\partial D}{\partial T}\right)\Big/D \tag{15}$$

它的物理意义是，只有当损伤梯度随时间的相对增长，即损伤梯度随时间的增长率除以损伤梯度 (不等式的左端项), 开始大于损伤随时间的相对增长时，损伤场随时间的演化才开始表现出局部化的形态. 否则，即使损伤量随时间增长，也只是大体均匀地增长，即使存在涨落，涨落也不会不稳定地发展.

倘若损伤动力学函数 (5), 在宏观上拟合为损伤 D 和应力 σ 的函数

$$f = f(D, \sigma) \tag{16}$$

在小变形等条件下，损伤局部化的临界条件 (15), 便可以近似地转化为用损伤动力学函数表达的动力学条件 [15]

$$f_D \geq \frac{f}{D} \tag{17}$$

此处 $f_D = \frac{\partial f}{\partial D}$. 该条件与试件尺寸和边界条件等无关，只与材料的损伤物性有关，所以损伤局部化的发生，是一种材料的内禀性质.

根据损伤局部化条件 (17) 和包含微损伤演化的细观机理的损伤动力学函数 (5), 发生损伤

局部化的临界损伤值 D_C 可近似表达为

$$D_c \approx D^* \frac{\int_0^\infty \overline{\tau}(\overline{c}_f)\overline{n}_N(\overline{c}_0)\mathrm{d}\overline{c}_0 \cdot \int_0^\infty \frac{\overline{\tau}(\overline{c}_f)\overline{n}_N(\overline{c}_0)}{\overline{V}(\overline{c}_0,\overline{c}_f)}\mathrm{d}\overline{c}_0}{\int_0^\infty \overline{\tau}'(\overline{c}_f)\overline{n}_N(\overline{c}_0)\mathrm{d}\overline{c}_0} = D^* \cdot O(1) \tag{18}$$

显然，内禀德博拉数 D^* 也是损伤局部化临界条件的特征表征 [19].

现在，我们将上述理论预测与实验数据做个比较. 于是，可以计算得到内禀德博拉数 D^* 为 $D^* = \dfrac{n_N^* c^{*5}}{V^*} \sim 10^{-2}$. 利用损伤局部化的临界条件 (17), 具体计算得到的损伤局部化的临界损伤值为 $D_c \sim 4 \cdot 10^{-3}$ [19]. D^* 和 D_c 在数量级上的吻合表明，内禀德博拉数 D^* 代表了材料发生损伤局部化的损伤变量阈值.

2.4 内禀 Deborah 数是损伤能耗与体积能耗之比的特征表征

现在，我们转向应力波导致层裂这一现象的能量方面. 对于一维应变的情况，其能量方程为 [23]

$$\rho_0 \frac{\partial e}{\partial T} = \sigma \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \frac{\partial h}{\partial Y} + \rho_0 q \tag{19}$$

方程左边的一项是内能的变化率，方程右边的三项分别是：应力所做的功率，热流和热源的贡献.

对于现在所讨论的处于损伤演化中的一个单元体，假设其热流服从 Fourier 定律，$h = -\lambda \dfrac{\partial \theta}{\partial Y}$, 并且没有外加热源，即 $q = 0$, 则简化后的能量耗散应服从以下方程

$$\rho_0 C \frac{\partial \theta}{\partial T} = \sigma \frac{\partial \varepsilon^p}{\partial T} + \gamma \frac{\partial \Sigma}{\partial T} + \lambda \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \tag{20}$$

式中的 Σ 和 γ 分别是单位体积中的微损伤的总表面积及其等效耗散表面能. 在这个能量方程里，塑性功 (方程右端第 1 项) 和损伤耗散 (方程右端第 2 项) 是我们最感兴趣的部分. 将该方程无量纲化，且归一化 (即，所有的上方有横线的变量都具有 $O(1)$ 的量级), 则有

$$\frac{\partial \overline{\theta}}{\partial \overline{T}} = \overline{\sigma} \frac{\partial \overline{\varepsilon}^p}{\partial \overline{T}} + D^* \frac{\partial \overline{\Sigma}}{\partial \overline{T}} + \Psi \frac{\partial^2 \overline{\theta}}{\partial \overline{Y}^2} \tag{21}$$

可以看出，温度的升高是与塑性功是具有同一量级的，因为这两项前面的系数都是 1. 传热和损伤的贡献则分别由两个无量纲数，应力波 Fourier 数 Ψ 和内禀的 Deborah 数 D^* 来表征.

应力波 Fourier 数

$$\Psi = \frac{\lambda}{\rho_0 C L a} = \frac{\lambda/\rho_0 C}{La} = \frac{k/a}{L} = \left(\frac{l_k}{L}\right)^2 \tag{22}$$

表示了热传导影响的区域 l_k 与试样的尺寸 L 之比, 对于铝，$\lambda \sim 238\,\mathrm{W/m{\cdot}K}$, $\rho_0 \sim 2\,700\,\mathrm{kg/m^3}$, $C \sim 903\,\mathrm{J/kg{\cdot}K}$, $a \sim 5\,000\,\mathrm{m/s}$. So, $\dfrac{l_k}{L} \sim 10^{-3}$ and $\Psi \sim 10^{-6} \ll 1$. 这表明，在层裂现象中，热传导相对于塑性功是个小量，层裂过程可以近似为绝热过程. 我们回过来着重讨论损伤耗散能. 首先，我们必须要说明，损伤耗散能是如何会由内禀的 Deborah 数 D^* 来表征的.

事实上，因为 γ 的特征量是 $\sigma_Y \varepsilon_Y c^*$, 而 Σ 的特征量是 $n_N^* c^{*4}/V^*$, 所以 $\gamma \dfrac{\partial \Sigma}{\partial T}$ 无量纲归一化后其前面的系数为 $(\sigma_Y \varepsilon_Y c^*)(n_N^* c^{*4}/V^*)/(\sigma_Y \varepsilon_Y) = n_N^* c^{*5}/V^* = D^*$. 事实上，这一点也可从

另一个角度看出来．损伤耗散能相当于

$$D\sigma \mathrm{d}\varepsilon \sim D\sigma_Y\varepsilon_Y\overline{\sigma}\mathrm{d}\overline{\varepsilon} \sim D^*\sigma_Y\varepsilon_Y\overline{D}\overline{\sigma}\mathrm{d}\overline{\varepsilon} \sim D^*\sigma_Y\varepsilon_Y O(1) \tag{23}$$

所以，损伤耗散能与塑性耗散能之比的特征表示是内禀的 Deborah 数 D^*．在我们的层裂实验里，内禀的 Deborah 数 $D^* \sim 10^{-2} \ll 1$, 因此，在层裂现象里，虽然微损伤的演化是导致最终破坏的原因，但是，能量被大量消耗在伴随发生的塑性变形之中．这可能是从宏观能量守恒规律，难以解释层裂现象的原因．

3 小结

内禀德博拉 (Deborah) 数定义为 $D^* = \dfrac{n_N^* c^{*5}}{V^*}$, 它只依赖于微损伤的细观动理学 - 微损伤的成核和扩展．对一种铝合金材料的层裂实验测量和显微观察测定，知道该材料的内禀德博拉 (Deborah) 数约为 $D^* \sim 10^{-2}$.

内禀 Deborah 数虽然只是微损伤细观动理学的特征表征，但是，在层裂破坏中，由于跨尺度的耦合效应，它直接影响到宏观损伤演化和失效．总结起来，内禀 Deborah 数对宏观损伤演化和失效的意义有以下四个方面：

内禀 Deborah 数是宏观损伤量的特征表征；

内禀 Deborah 数是细观损伤扩展和成核过程的特征时间的比值；

内禀 Deborah 数是损伤场局部化的特征表征；

内禀 Deborah 数是损伤能耗与体积塑性能耗之比的特征表征．

因此内禀 Deborah 数在宏观损伤演化和失效中，起着本征参数的重要作用．

4 感谢

作者感谢国家自然科学基金多年来对以上研究工作的长期支持，没有这些长期和持续的支持，这些研究是不可能完成的．

所有工作都是在和以下同事的长期合作中完成的，他们是夏蒙棼，赵士达，沈乐天，柯孚久，凌中，韩闻生，骆利民，陈淑霞，邓亚莉，李中等，作者对它们在此项研究中的宝贵贡献表示深切的谢意．

参 考 文 献

1 Davison L, Stevens A L. Continuum measures of spall damage. *J Appl Phys*, 1972, 43: 988～994

2 Meyers M A. Dynamic Behavior of Materials. New York: Wiley, 1994

3 Grady D E, Kipp M E. Dynamic fracture and fragmentation. In: Asay J R, Shahinpoor M, eds. High-Pressure Shock Compression of Solids. New York: Springer-Verlag, 1993. 265～322

4 Curran D R, Seaman L, Shockey D A. Dynamic failure of solids. *Physics Reports*, 1987, 147: 253～388

5 Shen L T, Zhao S D, Bai Y L, Luo L M. Experimental study on the criteria and mechanism of spallation in an Al alloy. *Int J Impact Engng*, 1992, 12: 9～19

6 Ling Z, Shen L T, Chen S X. Spalling damage evolution behaviour of SiCp/ZL101Al composite. *Acta Mech Sinica*, 1997, 29: 55～61

7 Bai Y L, Ling Z, Luo L M, Ke F J. Initial development of microdamage under impact loading. *ASME Trans, J Appl Mech*, 1992, 59: 622～627

8 Han W S, Bai Y L. Embryo-damage induced nucleation of microcracks in an aluminium alloy under impact loading. *Acta Metall Mater*, 1995, 43: 2157～2162

9 Han W S, Xia M F, Shen L T, Bai Y L. Statistical formulation and experimental determination of growth rate of micrometre cracks under impact loading. *Int J Solids and Structures*, 1997, 34: 2905~2925

10 Ke F J, Bai Y L, Xia M F. Evolution of ideal micro-crack system. *Science in China Ser A*, 1990, 33: 1447~1459

11 Bai Y L, Ke F J, Xia M F. Formulation of statistical evolution of microcracks in solids. *Acta Mechanica Sinica*, 1991, 7: 59~66

12 Xia M F, Ke F J, Lu Y H, Bai Y L. Effect of stochastic extension in ideal microcrack system. *Science in China A*, 1991, 34: 579~589

13 Bai Y L, Han W S, Bai J. A statistical evolution equation of microdamage and its application. *ASTM STP*, 1997, 1315: 150~162

14 Xia M F, Han W S, Ke F J, Bai Y L. Statistical meso-scopic damage mechanics and damage evolution induced catastrophe. *Advances in Mechanics* 25 (in Chinese), 1995, 140: 145~173

15 Bai Y L, Xia M F, Ke F J, Li H L. Damage field equation and criterion for damage localization. In: Wang R, ed. Rheology of Bodies with Defects. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997. 55~66

16 Bai Y L, Xia M F, Ke F J, Li H L. Closed trans-scale statistical microdamage mechanics. *Acta Mech Sinica*, 2002, 18: 1~17

17 Barenblatt G I. Micromechanics of fracture. In: Bodner S R, Singer J, Solan A, Hashin J, eds. Theoretical and Applied Mechanics Elesevier Science Publishers BV, Amsterdam, 1992. 25~52

18 Reiner M. The Deborah number. *Phys Today*, 1964, 62

19 Bai Y L, Bai J, Li H L, Ke F J, Xia M F. Damage evolution, localization and failure of solids subjected to Impact Loading. *Int J Impact Engng*, 2000, 24: 685~701

20 Bai Y L, Bai J, Li H L, Ke F J, Xia M F. Statistical microdamage mechanics and damage field evolution. *Theo Appl Frac Mech*, 2001, 37: 1~10

21 Bai Y L, Xia M F, Wei Y J, Ke F J. Non-equilibrium evolution of collective microdamage and its coupling with mesoscopic heterogeneities and stress fluctuations. In: Horie Y, Davison L, Thadhani N N, eds. High Pressure Shock Compression of Solids VI Old Paradigms and New Challenges. New York: Springer-Verlag, 2002. 255~278

22 Bai Y L, Xia M F, Wang H Y, Ke F J. Characteristic dimensionless numbers in multi-scale and rate-dependent processes. *Particuology*, 2003, 1(1): 7~12

23 Wang H Y, Bai Y L, Wei Y J. Analysis of spallation based on trans-scale formulation of damage evolution. In: 2nd Int Conf Structural Stability and Dynamics, 2002-09-16-18, Singapore

24 Wang H Y, Bai Y L, Wei Y J. Analysis of spallation based on trans-scale formulation of damage evolution. *Acta Mech Sinica*, 2004,

25 Wang H Y, Bai Y L, Xia M F, Ke F J. Micro damage evolution, energy dissipation and its trans-scale effects on macroscopic failure. *Mechanics of Materials*, 2003, in press